

東海大學 102 學年度碩士班招生入學考試試題

考試科目：微積分 C

應考系所：國貿系

本試題共 1 頁：第 1 頁

(如有缺損或印刷不清者，應即舉手請監試人員處理)

(一) 填充題 (每格 4 分)

(a) $f(t) = t^2(t + 3)$, $f'(t) =$ _____, $\int f(t)dt =$ _____.

(b) $f(x^2 + x + 1) = \frac{x}{(2x+1)^2}$, $f'(1) =$ _____, $f'(3) =$ _____.

(c) $\int xe^{-x^2} dx =$ _____, $\int_{-\infty}^{\infty} xe^{-x^2} dx =$ _____.

(d) $\iint y \cos x dx dy =$ _____, $\int_0^1 \int_0^{\pi} y \cos x dy dx =$ _____.

(二) 計算題 (以下各小題為計算題，請詳列計算過程)

- (8 分) 給定分段函數 $f(x) = \begin{cases} Ax^2 - 4x + 2, & x \geq 1, \\ Bx + 1, & x < 1, \end{cases}$ 決定參數 A, B 使得此函數為到處可以微分。
- (8 分) 計算曲線 $y = \frac{x}{1+x^2}$ 在 $x = 0.41$ 處之切線方程式，以及說明此切線和曲線的另一個交點座標約略為 $(-1, -0.5)$ 。(註： $0.41^2 = 0.1681$, $\frac{0.41}{1.1681} \approx 0.35$, $\frac{1-0.41^2}{1+0.41} \approx 0.6$)
- (16 分) 計算下列各題：
 - 設 $y = g(t) = 2t\sqrt{4t - 3}$ ，計算微分量(differential) dy 。
 - 採用線性近似估算 $\sqrt[3]{30}$ 之值。
- (8 分) 某公司要生產一個容積為 4,000 立方公分(cm^3)的圓柱形奶粉罐子(cylindrical cup)(即有上蓋(with cover))，已知該罐的上下蓋每平方公分造價為 4 元，周邊材料每平方公分造價為 2 元。試問此罐的尺寸(size)應為何才可使得成本 (cost) 為最低(minimal)? 此時此罐子高為半徑的多少倍?
- (12 分) 今將 10,000 元存入銀行，設年利率為 4%，試以 (i) 半年複利、(ii) 連續複利等方式計息，計算 1 年後的本利和各為多少? (iii) 試問以連續複利計息，至少要存入銀行多少年，才能使本利和達到兩倍 (20,000 元) 以上。(註： $e^{0.04} \approx 1.0408$, $\ln 2 \approx 0.6931$ 並計算準確到元)
- (8 分) 若商品之需求函數(demand function)為 $p = D(x) = 20 - 0.6x$ ，供給函數(supply function)為 $p = S(x) = 0.01x^2 + 4$ ，其中為商品之 p 價格、 x 為銷售數量。當價格維持在均衡價時，計算此商品之消費者剩餘(consumer's surplus)與生產者剩餘(producer's surplus)。
- (8 分) 設某工廠生產特定產品的生產力為 $Q(x, y) = 40x^{0.25}y^{0.75}$ ，其中 x 為工廠投入的總資本， y 為總投入勞力。設每一單位的資本成本為 250 元及每一單位的勞力成本為 150 元。試問當可供投資的總資金只有 50,000 元時，試問如何分配資本與勞力支出，可使生產力最大。